

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارت علوم تحقیقات و فناوری

دانشگاه فنی و حرفه ای

دانشکده فنی و حرفه ای قدسیه ساری

سخت افزار ۲

استاد : مهندس مهدی علیزاده

سخت افزار ۲

## فصل اول

سیستمهای عدد نویسی و روشهای متمم گیری

معرفی سیستمهای عدد نویسی 2 , 8 , 10 , 16  
چهار عمل اصلی در مبنای 2  
تبدیل اعداد در مبناهای 2 , 8 , 10 , 16 به یکدیگر  
بررسی مفهوم متمم  
محاسبه متمم ( ۲ ) اعداد  
محاسبه متمم ( ۲ - 1 ) اعداد  
تفریق اعداد بر اساس متمم اعداد  
معرفی کدهای عددی وزن دار . بدون وزن  
کدهای BCD - افزایش 3 - GRAY

# جلسه دوم

## مکمل یا متمم :

مکمل ها در کامپیوترهای دیجیتال برای ساده کردن عمل تفریق و یا عملیات منطقی به کار می روند . در هر مبنای  $۲$  دو نوع مکمل برای هر سیستم وجود دارد : یکی مکمل مبنا یا پایه و دیگری مکمل مبنا یا پایه کاهش یافته است . فرم اول به مکمل  $۲$  و دومی به مکمل  $(۲-۱)$  موسوم است . وقتی مقدار پایه را جایگزین کنیم ، برای اعداد دودویی مکمل های  $۲$  و  $۱$  برای اعداد مکمل های  $۱۰$  و  $۹$  را خواهیم داشت .

## مکمل یا متمم $r$ :

مکمل  $r$  عدد  $n$  رقمی  $N$  برابر است با

مثال : مکمل  $10$  عدد  $345$  را بدست آورید ؟

$$10^3 - 345 = 1000 - 345 = 655$$

مثال : مکمل  $2$  عدد  $1101$  را بدست آورید ؟

$$2^4 - 1101 = 16 - 1101$$

تبدیل به مبنای  $2$  →

$$10000 - 1101 = 0011$$

## مکمل $r-1$ :

مکمل  $r-1$  عدد  $n$  رقمی  $N$  برابر است با

$$r^n - N - 1$$

مثال : مکمل ۹ عدد ۳۴۵ را بدست آورید ؟ (مبنا ۱۰)

$$10^3 - 345 - 1 = 999 - 345 = 654$$

مثال : مکمل ۱ عدد ۱۱۰۱ را بدست آورید ؟ (مبنا ۲)

$$2^4 - 1101 - 1 = 16 - 1101 = 1$$

$$15 - 1101$$

$$\xrightarrow{\hspace{1.5cm}} 1111 - 1101 = 0010$$

تبدیل به مبنا ۲

تمرین : مکمل ۹ عدد ۸۶۲ را بدست آورید.

تمرین : مکمل یک عدد دودویی 11000111 را بدست آورید.

تمرین : مکمل ۱۰ عدد ۷۸۵ را بدست آورید.

تمرین : مکمل ۲ عدد دودویی 1110011 را بدست آورید.



## متمم ۲

با فرض داشتن عددی  $n$  رقمی مانند  $N$  در مبنای  $r$ ، متمم  $(r)$  عددی بصورت  $(r)^n - N$  تعریف میشود.

$$N = 749100$$

$$n = 6$$

$$r = 10$$

$$(r)^n - N = (10)^6 - 749100 = 250900$$

مثال

بعبارت دیگر برای بدست آوردن متمم  $r$  اولین رقم سمت راست را از  $r$  و بقیه رقمها را از عدد  $r - 1$  کم میکنیم.

## متمم $r - 1$

با فرض داشتن عددی  $n$  رقمی مانند  $N$  در مبنای  $r$ ، متمم  $(r - 1)$  عددی بصورت  $(r - 1)^n - N$  تعریف میشود.

$$N = 749100$$

$$n = 6$$

$$r = 10$$

$$(r - 1)^n - N = (10 - 1)^6 - 749100 = 250899$$

مثال

بعبارت دیگر برای بدست آوردن متمم  $r - 1$  تمامی رقمها را از عدد  $r - 1$  کم میکنیم.

## متمم 1

برای بدست آوردن متمم 1 در مبنای 2 تمامی رقمها را از 1 کم میکنیم

مثال: متمم 1 عدد 11001100 بدست آورید

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ - 11001100 \\ \hline 00110011 \end{array}$$

بعبارت دیگر در متمم 1 در مبنای 2 تمامی رقمها را از معکوس میکنیم

## متمم 2

برای بدست آوردن متمم 2 در مبنای 2 اولین رقم را از 2 و بقیه رقمها را از 1 کم میکنیم

مثال: متمم 2 عدد 10110100 بدست آورید

$$\begin{array}{r} 111111110 \\ - 10110100 \\ \hline 01001100 \end{array}$$

بعبارت دیگر در متمم 2 در مبنای 2 تا اولین رقم 1 سمت راست را عینا نوشته و بقیه رقمها را از معکوس میکنیم

## تفریق به کمک مکمل ها

تفریق دو عدد  $n$  رقمی بدون علامت  $M-N$  در پایه  $r$  بطریق زیر صورت می گیرد .

۱- مفروق  $M$  را به مکمل  $r$  مفروق منه  $N$  اضافه کنید یعنی

$$M + (r^n - N) = M - N + r^n$$

۲- اگر  $M \geq N$  باشد ، جمع یک رقم نقلی نهایی  $r^n$  تولید می کند که چشم پوشی می شود ، آنچه باقی می ماند  $M-N$  است .

۳- اگر  $M < N$  باشد ، جمع هیچگونه رقم نقلی نهایی تولید ننموده و جواب  $r^n - (N - M)$  می باشد که مکمل  $r$  عدد  $(M-N)$  است . برای یافتن جواب بفرم معمول

، مکمل  $r$  حاصل جمع را بدست آورده و یک علامت منفی در جلو آن قرار می دهیم .

**تفریق بروش متمم ۲**: در این روش دو عدد  $X$  و  $Y$  را در نظر میگیریم، ابتدا متمم ۲ عدد  $Y$  را گرفته و بجای عمل تفریق دو عدد فوق را باهم جمع میکنیم.

اگر حاصل جمع فوق تعداد رقمهای بدست آمده بیشتر از اعداد جمع شده باشد آخرین عدد سمت چپ حذف و نتیجه، جواب با علامت مثبت خواهد بود.

$$\begin{array}{r}
 X \rightarrow 11011 \\
 Y \rightarrow -10010 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 X \rightarrow 11011 \\
 Y \rightarrow r + 01110 \\
 \hline
 \textcircled{1}01001 \rightarrow 01001
 \end{array}$$

اما اگر حاصل جمع فوق تعداد رقمهای بدست آمده آن برابر با اعداد جمع شده باشد نتیجه را یکبار دیگر متمم ۲ گرفته، جواب با علامت منفی خواهد بود.

$$\begin{array}{r}
 X \rightarrow 10011 \\
 Y \rightarrow -11010 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 X \rightarrow 10011 \\
 Y \rightarrow r + 00110 \\
 \hline
 11001 \rightarrow r \rightarrow 00111 = -00111
 \end{array}$$

مثال ۵-۱ : با استفاده از مکمل ۱۰،  $۷۲۵۳۲ - ۳۳۵۰$  را بدست آورید .

$$M = ۷۲۵۳۲$$

$$N \text{ مکمل } ۱۰ \text{ عدد} = +۹۶۷۵۰$$

$$\text{حاصل جمع} = ۱۶۹۲۸۲$$

$$\text{حذف رقم نقلی } ۱۰^۵ = -۱۰۰۰۰۰$$

$$\text{جواب} = ۶۹۲۸۲$$

دقت کنید که M دارای پنج رقم ولی N فقط دارای چهار رقم است . چون هر دو عدد

باید دارای تعداد ارقام برابر باشند ، پس باید بصورت  $۰۳۳۵۰$  نوشته می شود .

مثال ۶-۱ : با استفاده از مکمل ۱۰ ،  $۷۲۵۳۲ - ۳۲۵۰$  را بدست آورید .

$$M = ۰۳۲۵$$

$$N \text{ مکمل } ۱۰ \text{ عدد} = \underline{+۳۷۴۶۸}$$

$$\text{حاصل جمع} = 30718$$

رقم نقلی وجود ندارد

$$= -۶۹۲۸۲ \text{ (مکمل } ۱۰ \text{ عدد } ۳۰۷۱۸) \text{ : جواب}$$

توجه کنید چون  $۷۲۵۳۲ < ۳۲۵۰$  است ، جواب منفی است .

مثال ۷-۱ : با فرض دود عدد دودویی  $X=1010100$  و  $Y = 1000011$  ، تفریق های :

( الف )  $X-Y$  و ( ب )  $Y-X$  را با استفاده از مکمل ۲ بدست آورید .

$$X = 1010100$$

$$Y \text{ مکمل } 2 \text{ عدد } = \underline{+0111101}$$

$$\text{حاصل جمع} = 10010001$$

$$\text{رقم نقلی حذف شده } 2^7 = \underline{-1000000}$$

$$X-Y = 0010001$$

$$Y = 1000011$$

$$X \text{ مکمل } 2 \text{ عدد } = \underline{+0101100}$$

$$\text{حاصل جمع} = 1101111$$

رقم نقلی وجود ندارد

$$Y-X = -( \text{مکمل } 2 \text{ عدد } 1101111 ) = -0010001$$

تفریق اعداد بدون علامت می تواند با استفاده از مکمل  $(R-1)$  نیز انجام شود . بخاطر  
بیاورید که مکمل  $(R-1)$  یکی کمتر از مکمل ۲ است . به این علت ، نتیجه جمع  
مفروق به مکمل مفروق منه حاصل جمعی تولید می کند که یکی کمتر از تفاضل  
صحیح بهنگام رخداده رقم نقلی نهایی است . حذف رقم نقلی نهایی و افزودن آن به  
حاصل جمع بنام رقم نقلی چرخشی خوانده می شود .



## تفریق بروش متمم

تفریق بروش متمم به دو صورت متمم ۲ و متمم ۲-۱ انجام میگیرد.

**تفریق بروش متمم ۲-۱:** در این روش دو عدد  $X$  و  $Y$  را در نظر میگیریم، ابتدا متمم  $۲-۱$  عدد  $Y$  را گرفته و بجای عمل تفریق دو عدد فوق را باهم جمع میکنیم.

اگر حاصل جمع فوق تعداد رقمهای بدست آمده بیشتر از اعداد جمع شده باشد آخرین عدد سمت چپ حذف و نتیجه را یک واحد اضافه کرده، جواب با علامت مثبت خواهد بود.

$$\begin{array}{l} X \rightarrow 11011 \\ Y \rightarrow -10010 \end{array} \quad \begin{array}{l} X \rightarrow 11011 \\ Y \rightarrow r-1 + \underline{01101} \\ \textcircled{1} 01000 \rightarrow 01000 + 1 = 01001 \end{array}$$

اما اگر حاصل جمع فوق تعداد رقمهای بدست آمده آن برابر با اعداد جمع شده باشد نتیجه را یکبار دیگر متمم  $۲-۱$  گرفته، جواب با علامت منفی خواهد بود.

$$\begin{array}{l} X \rightarrow 10011 \\ Y \rightarrow -11010 \end{array} \quad \begin{array}{l} X \rightarrow 10011 \\ Y \rightarrow r-1 + \underline{00101} \\ 11000 \rightarrow r-1 \rightarrow 00111 = -00111 \end{array}$$

مثال ۸-۱ : مثال ۷-۱ را با استفاده از مکمل ۱ تکرار کنید .

( الف )

$$X - Y = 10101000 - 1000011$$

$$X = 10101000$$

$$Y \text{ مکمل ۱ عدد } = \underline{+ 01111000}$$

$$\text{حاصل جمع} = 10010000$$

$$\text{رقم نقلی چرخشی} = \underline{\quad\quad\quad 1+}$$

$$\text{جواب : } X - Y = 0010001$$

(ب)

$$Y-X = 1 \cdot \cdot \cdot \cdot 11 - 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cdot$$

$$Y = 1 \cdot \cdot \cdot \cdot 11$$

$$X \text{ مکمل ۱ عدد} = \underline{+ \cdot 1 \cdot 1 \cdot 11}$$

$$\text{حاصل جمع} = 11 \cdot 111 \cdot$$

رقم نقلی وجود ندارد

$$Y-X = -(11 \cdot 111 \cdot \text{ عدد ۱ مکمل}) = \cdot \cdot \cdot 1 \cdot \cdot \cdot 1$$