آزمایشگاه کنترل خطی

تهیه کننده : امین شیخ نجدی

PowerEn.ir

آزمایش ۱

نام آزمایش :

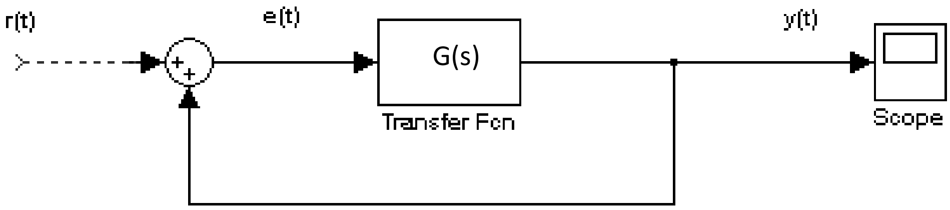
بررسی خطای ماندگار در سیستم های درجه دوم

هدف از این آزمایش بدست آوردن خطای ماندگار سیستم به ورودیهای مختلف و کنترل آن می باشد .

در این آزمایش سیسامهای کنترلی مختلغی را با ورودیهای مختلف بررسی می کنیم و خطای ماندگار خروجی را به دست آوردیم . بهتر است ابتدا خطای ماندگار را تعریف می کنیم :

خطای حالت دائمی $$e_{ss} = \text{error steady state}$$

با توجه به سیستم لوپ بسته زیر تعریف می کنیم :



$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$E(s) = \frac{Y(s)}{G(s)}$$
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} \Rightarrow E(s) = \frac{R(s)G(s)}{G(s)[1+G(s)]} = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

پس خواهیم داشت :

POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir

$$E(s)=\frac{R(s)}{1+G(s)}$$

در صورتیکه در مسیر فیدبک بهره K را داشته باشیم :

$$E(s)=\frac{R(s)}{1+kG(s)}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G(s)}$$

۱- فرض کنیم ورودی **Step** باشد : $\qquad r(t)=Au(t) \qquad R(s)=\frac{A}{s}$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{s\frac{A}{s}}{1+G(s)}=\frac{A}{1+k_p} \qquad \text{that}: k_p\equiv\lim_{s\to 0}G(s)$$

حال اگر تیپ سیستم لوپ بسته حداقل یک باشد در آنصورت $k_p=\infty$ خواهد شد و در نتیجه $e_{ss}=0$.

ولی اگر تیپ سیستم صفر باشد در آنصورت :

$$G(s)=\frac{2}{s+3} \quad : \quad k_p=\lim_{s\to 0}G(s)=\lim_{s\to 0}\frac{2}{s+3}=\frac{2}{3}$$

در نتیجه خروجی ورودی را با یک خطای ماندگار یا به عبارتی Offset دنبال خواهد کرد .

$$e_{ss}=\frac{A}{1+{}^{2}\!/_{3}}$$

۲- فرض کنیم ورودی **Ramp** باشد : $\qquad r(t)=Atu(t) \qquad R(s)=\frac{1}{s^2}$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{s\frac{A}{s^2}}{1+G(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{A}{s+sG(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{A}{sG(s)}=\frac{A}{k_v}$$

POWEREN.IR

PowerEn.ir

$$\text{that}: k_v \equiv \lim_{s\to 0} sG(s)$$

حال اگر تیپ سیستم لوپ بسته حداقل دو (۲) باشد در آنصورت $k_v = \infty$ خواهد شد . در نتیجه $e_{ss} = 0$.

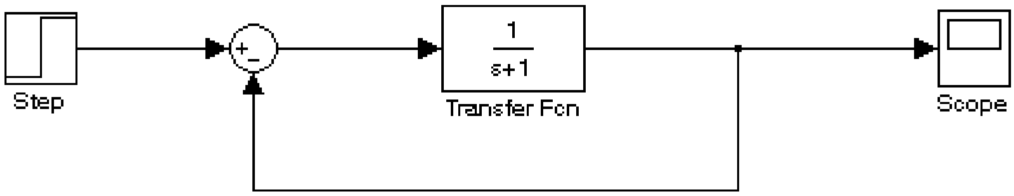
ولی اگر تیپ سیستم یک باشد در آنصورت :

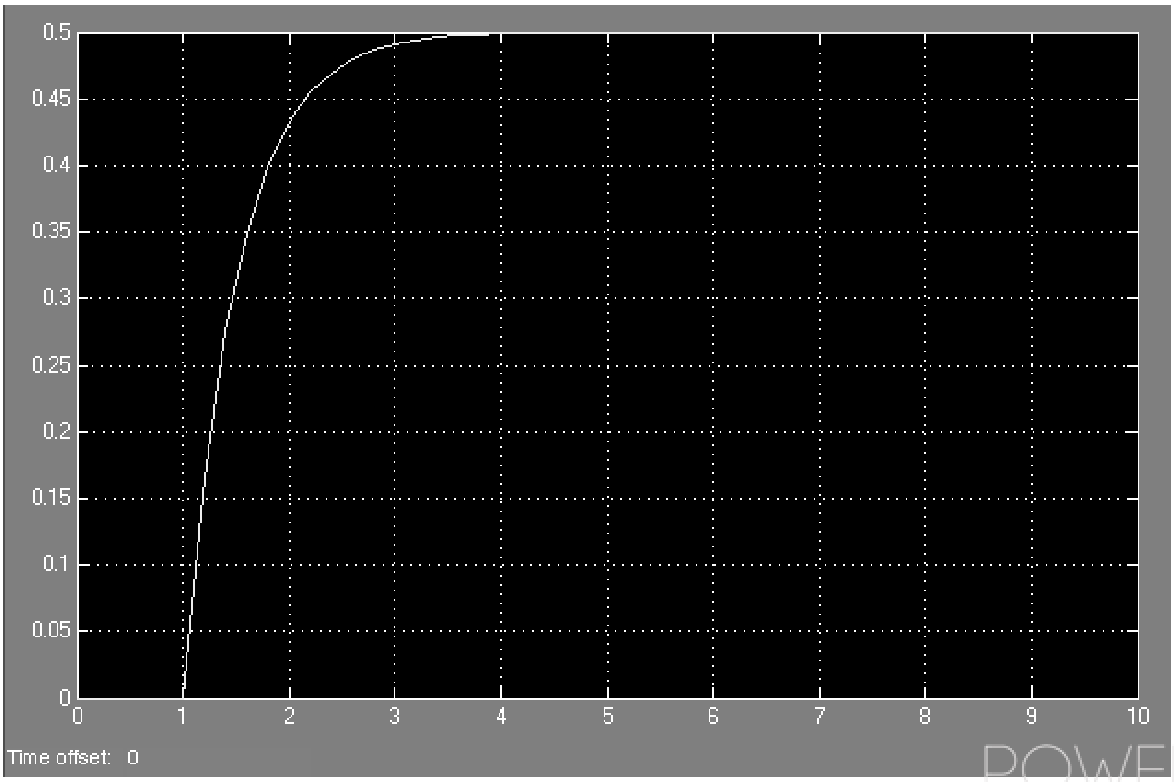
$$G(s) = \frac{2}{s+3} \quad : \quad k_v = \lim_{s\to 0} \frac{s \times 2}{s(s+3)} = \frac{2}{3} \Rightarrow e_{ss} = \frac{A}{2/3}$$

و خروجی ورودی را با خطای ماندگار دنبال خواهد کرد .

در صورتیکه تیپ سیستم صفر باشد ، $k_v = 0$ و در نتیجه $e_{ss} = \infty$ خواهد شد .

در آزمایشگاه مدارات کنترلی زیر به ترتیب شبیه سازی شد و پاسخهای مختلفی به دست آمد :



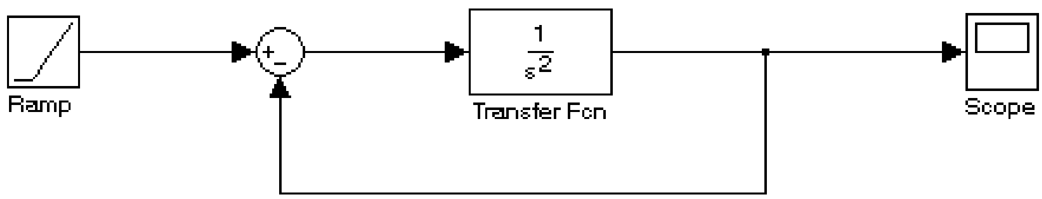


POWEREN.IR

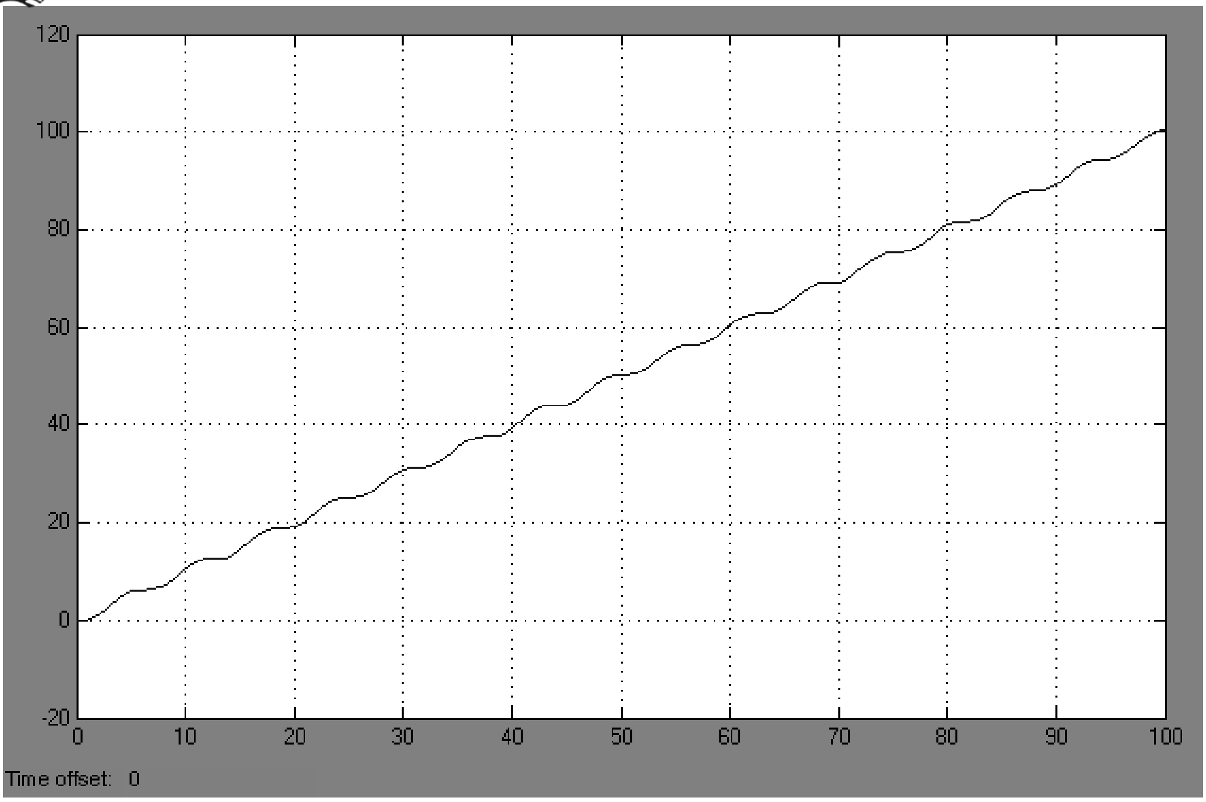
POWEREN.IR
PowerEn.ir

$\frac{1}{s^2}$ تـابع انتقـال سينوسـی اسـت بـه دليـل اينكـه قطبهـای مكـرر در محـور $j\omega$ دارد و مـی تـوان گفـت سيسـتم در مـرز ناپايداری قرار دارد ، همانطور كه در شكل مشخص است خروجی سيستم ورودی را با خطـای مـادنگار صـفر دنبـال می كند (بدون خطا) . ولی چون سيستم نوسانی است حول ورودی نوسانات سينوسی دارد .

$$k_p = \infty \Rightarrow \frac{1}{1+k_p} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = 0$$

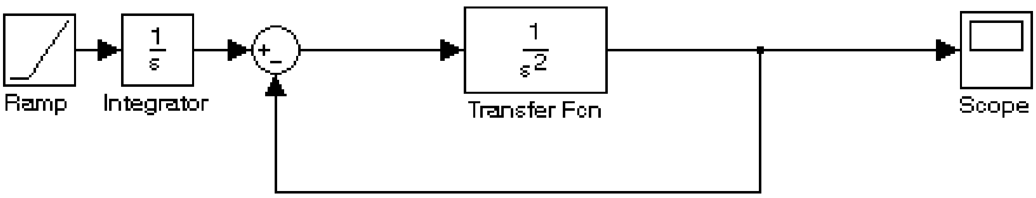


POWEREN.IR

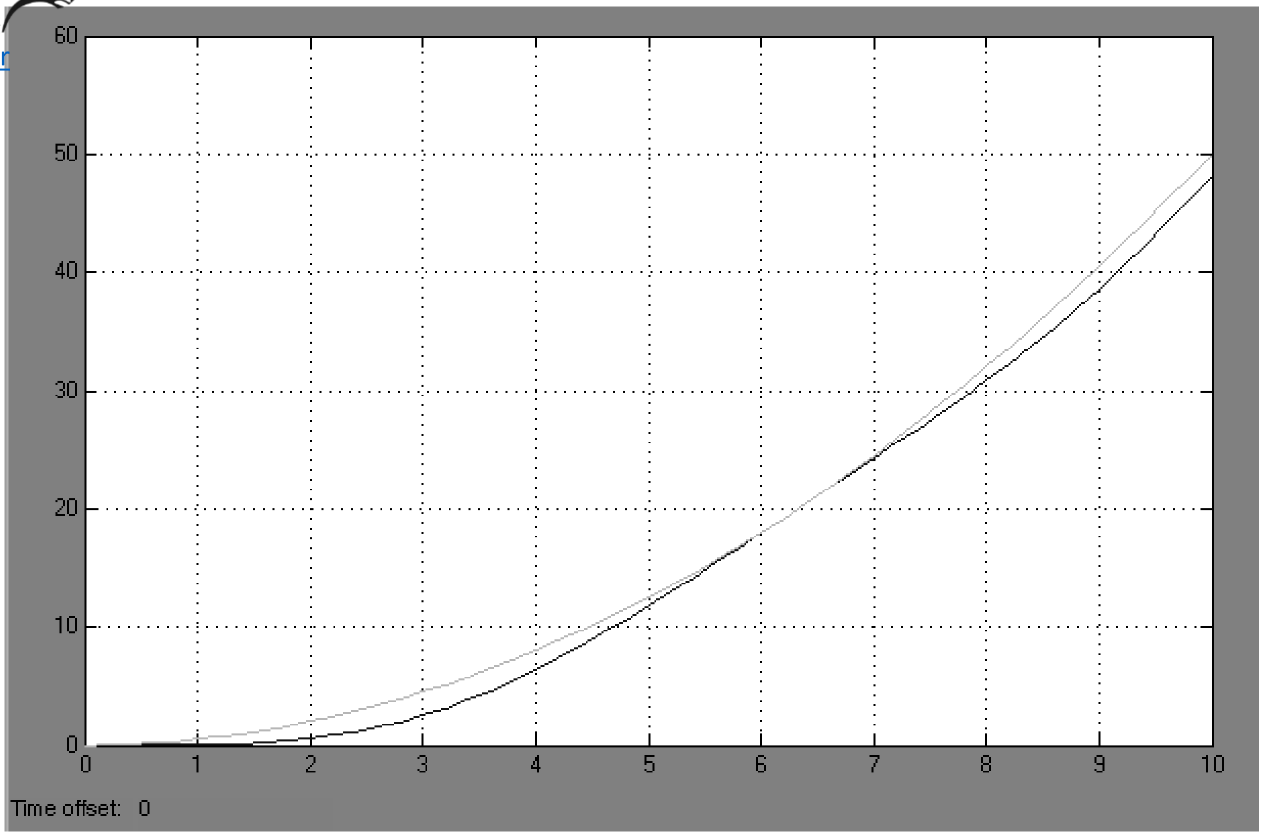


خطای ماندگار سیستم در این حالت مانند یک سینوسی بوده که میانگین آن صفر است و سیستم در مرز ناپایداری و نوسانی است . می توان گفت در این حالت نیز $e_{ss} = 0$ می باشد و خروجی حول ورودی نوسان می کند .

$$k_v = \lim_{s \to 0} \frac{s}{s^2} = \infty \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \frac{1}{\infty} = 0$$



PowerEn.ir



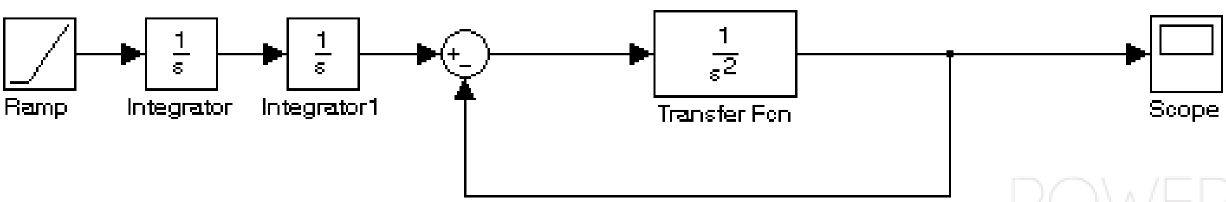
در این حالت خروجی ، ورودی را با یک OffSet یک واحدی دنبال خواهد کرد (به صورت سینوسی) و سیستم در مرز ناپایداری است .

$$k_v = \lim_{s \to 0} \frac{s^2}{s^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \frac{1}{1} = 1$$

در این حالت اگر ورودی یک Gain قرار دهیم ، اثر آن در خطای ماندگار مشاهده خواهد شد :

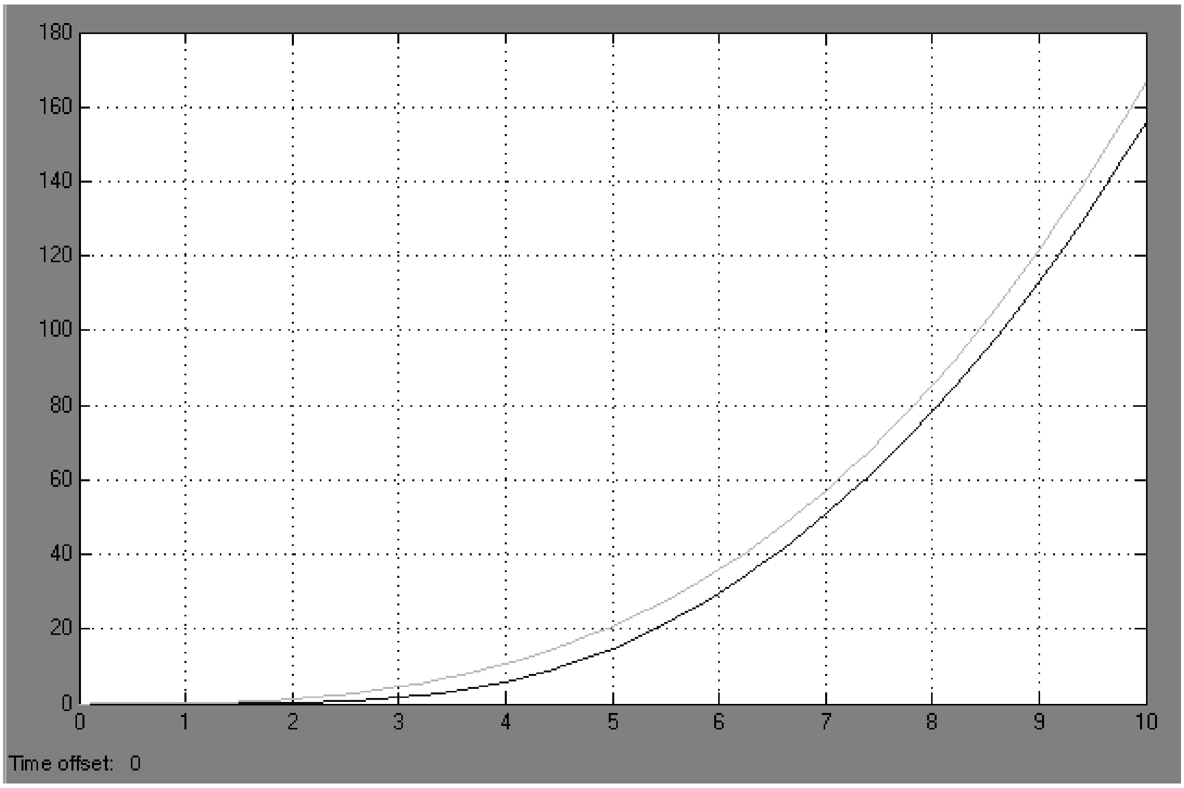
$$\text{if} \qquad R(s) = \frac{A}{s^3} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = A$$

حال اگر ورودی شود ($\frac{1}{s^4}$) خواهیم داشت :



POWEREN.IR

PowerEn.ir

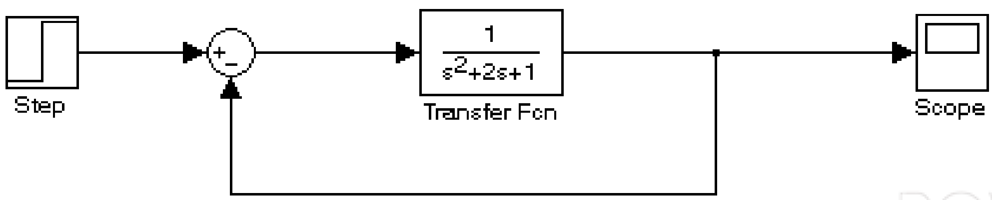


خطای ماندگار بی نهایت خواهد شد و مرتباً در حال افزایش و سیستم در مرز ناپایداری است .

برای رفع خطای بی نهایت می توان انتگرال گیر در مسیر پیشرو قرار داد و برای صفر کردن خطا دو طبقه انتگرال گیر .

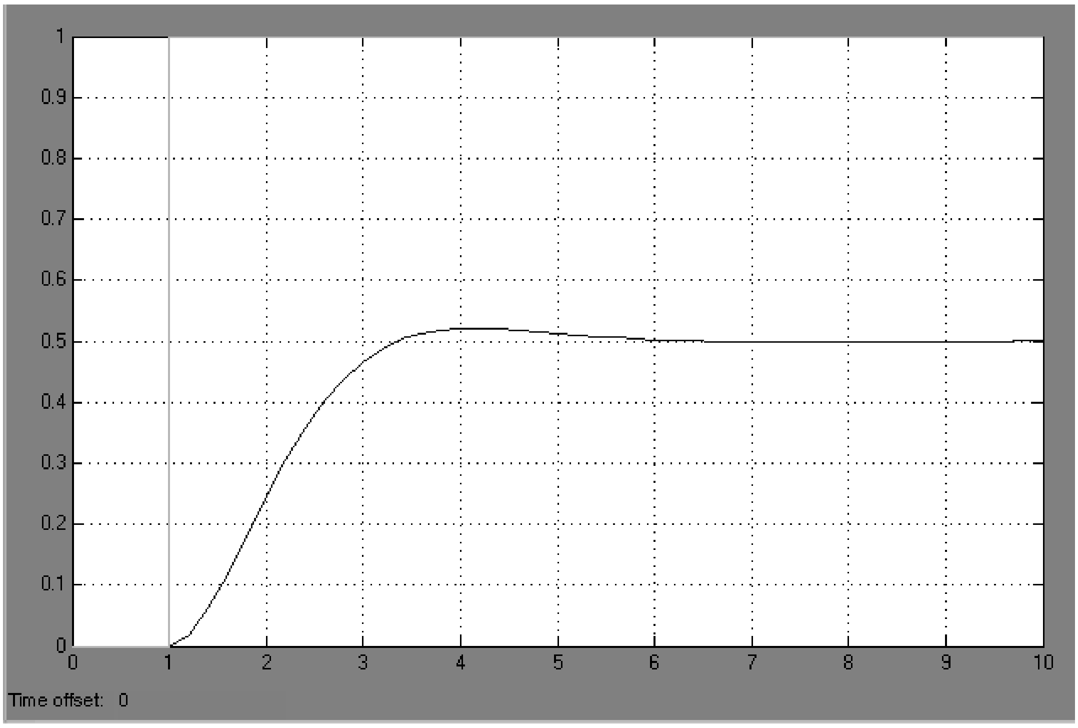
پاسخ سیستم های نوسانی را به ورودی های مختلف بررسی کردیم . حال سیستم های پایدار را بررسی می کنیم .

مثلاً سیستم $\frac{1}{s^2+2s+1}$:



POWEREN.IR

PowerEn.ir



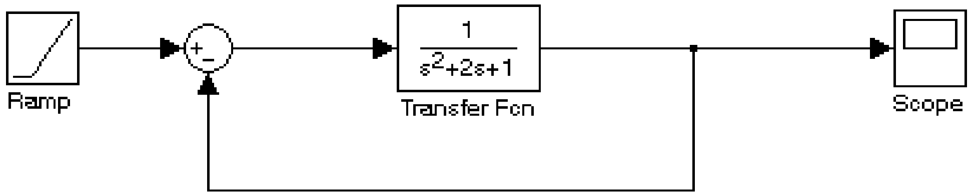
در این سیستم $\omega_n = 1$ و $\zeta = 1$ می باشد . پس سیستم در میرایی بحرانی (Critical Damping) است و هر دو قطب سیستم روی (۱-) می باشند . سیستم پایدار است و با خطای ماندگار $\frac{1}{2}$ ورودی دنبال می شود .

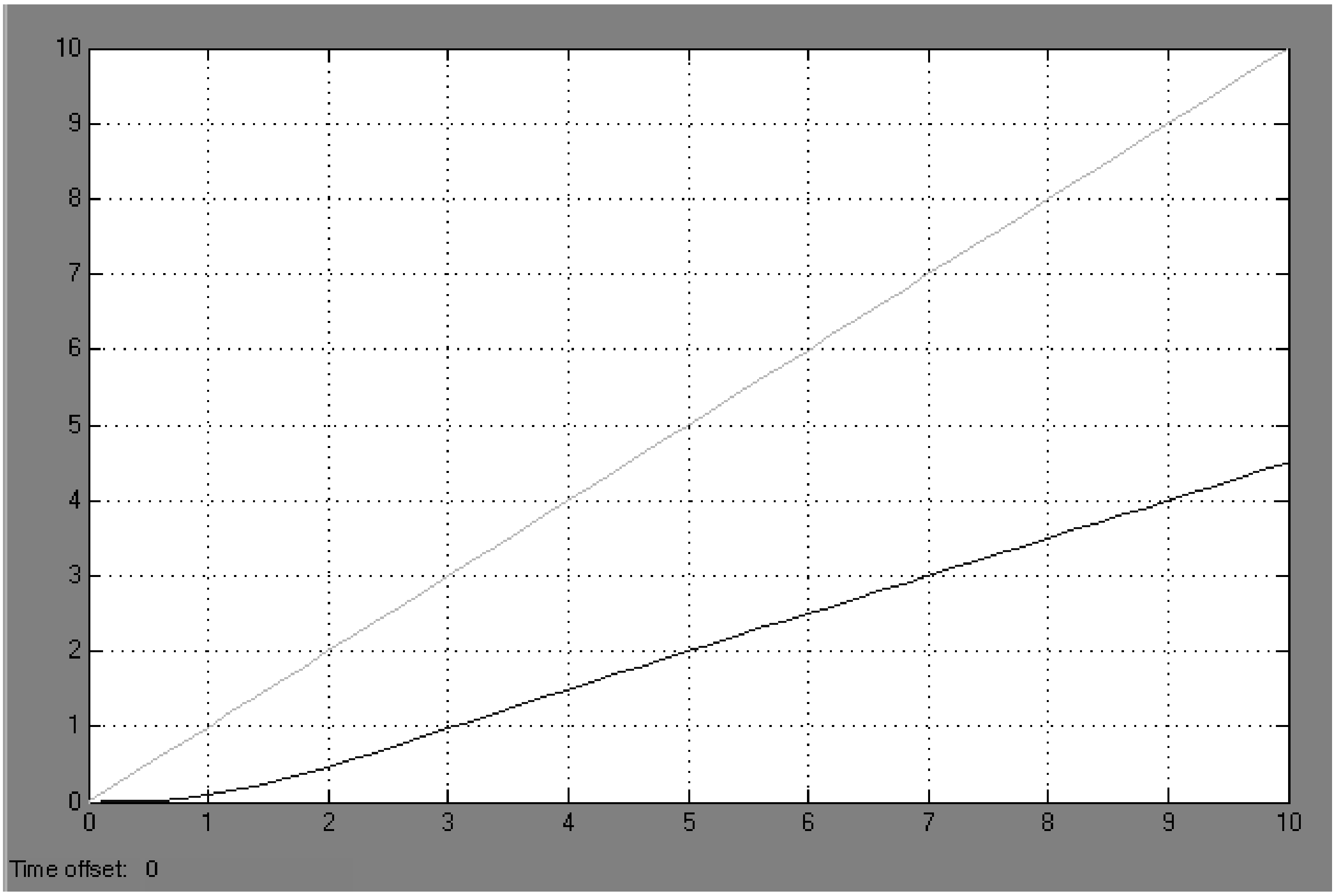
اگر بجای تابع تبدیل بالا ، تابع تبدیل $\frac{1}{s^2+s+1}$ را قرار دهیم ، در آنصورت $\zeta = 0.5$ بوده و سیستم (Under Damp) می باشد و خروجی با نوسانات بسیار کم در حالت گذرا ورودی را دنبال می کند . (البته این سیستم نیز دارای خطای ماندگار $\frac{1}{2}$ می باشد) .

* البته در این حالت پاسخ بهتر می باشد چونکه اگر میانگین خروجی را در حالت گذرا در نظر بگیریم همان ورودی خواهد بود ولی در حالت Critical Damping سرعت پاسخ دهی کمتر بوده و سیستم دیرتر به پاسخ نهایی (حالت دائمی) خواهد رسید .

POWEREN.IR

PowerEn.ir





در این حالت تیپ سیستم صفر بوده و ورودی Ramp می باشد . در نتیجه **$k_v = 0$** بوده و **$e_{ss} = \infty$** ، و خطای ماندگار مرتباً در حال افزایش .

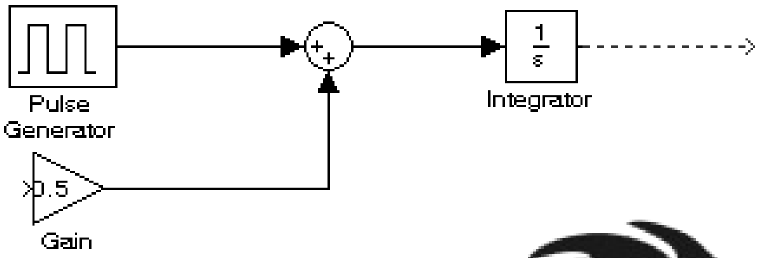
البته ما با قراردادن Gain در مسیر فیدبک و کم کردن آن تا عدد **$k = 0.5$** توانستیم تا حدودی پاسخ سیستم را بهبود دهیم . یعنی سرعت افزایش خطای ماندگار را کم کردیم به طوریکه اگر یک شکل موج مثلثی با فرکانس حداقل **0.25** هرتز به سیستم اعمال کنیم خروجی سیستم ، ورودی را با خطای ماندگار بسیار کم دنبال کند .

POWEREN.IR

PowerEn.ir
www.Prozheha.ir
www.Jozveha.ir

به عبارتی خطای ماندگار در حال افزایش است ولی چون سرعت افزایش آن بسیار کم است و فرکانس ورودی تقریباً مناسب است اجازه افزایش خطای ماندگار به خروجی داده نمی شود و می توان گفت خروجی با خطای ماندگار ثابت کم ورودی را دنبال کرده است .

لازم به ذکر است که ورودی مثلثی را به صورت زیر شبیه سازی کردیم :



POWEREN.IR

نتیجه گیری :

می توان این چنین نتیجه گرفت که برای سیستم های نوسانی و سیستم های کاملاً پایدار می توان به روش زیر و به سرعت خطای ماندگار را به دست آورد :

* قرارداد :

اگر ورودی به صورت $R(s)=\frac{A}{s^j}$ باشد ، j را تیپ ورودی بنامیم .

- به طور کلی اگر تیپ ورودی سیستم R(s) و تیپ لوپ بسته G(s) برابر باشند (یا به عبارتی به تعداد تیپ ورودی ، در مسیر پیشرو انتگرال گیر داشته باشیم) آنگاه $e_{ss}=0$ خواهد شد .

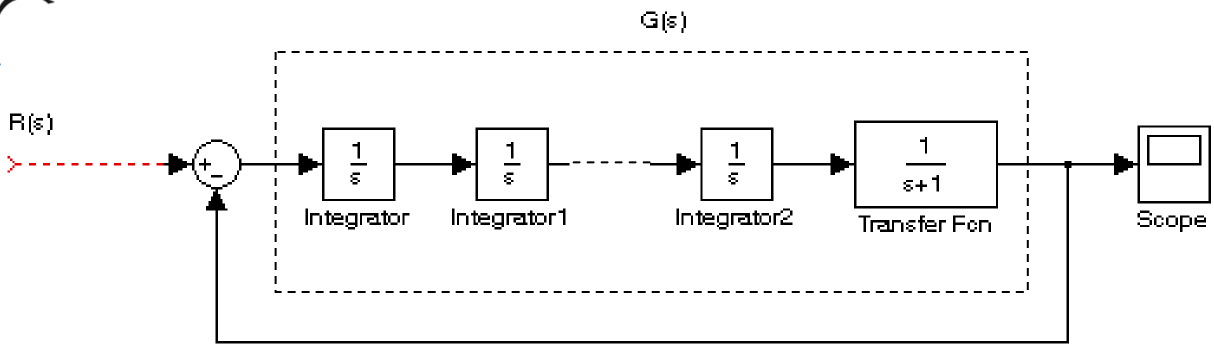
- اگر تیپ سیستم لوپ بسته G(s) یکی کمتر از تیپ ورودی باشد ، آنگاه e_{ss} خواهیم داشت .

- اگر تیپ سیستم ، دو تا بیا یشتر ، از تیپ ورودی کمتر باشد ، آنگاه $e_{ss}=\infty$ خواهد شد .

محاسبه e_{ss} وقتی که تیپ سیستم از تیپ ورودی یکی کمتر است :

POWEREN.IR

PowerEn.ir



برای ورودی Step :

$$e_{ss} = \frac{A}{1+\hat{G}(0)}$$

برای ورودی Ramp و توانهای بالاتر :

$$e_{ss} = \frac{A}{\hat{G}(0)}$$

A : بهره ی ورودی (Input Gain) .

$\hat{G}(0)$: تابع تابدیل تیپ صفر سیستم به ازای صفر .

* نکته دیگر اینکه در بعضی سیستم ها که خطای ماندگار آن ها رو به افزایش دارد ($e_{ss} = \infty$) می توان با افزودن انتگرال گیر در مسیر پیش رو e_{ss} را حذف کرد . یا اینکه با صرف هزینه کمتر می توان برای ورودی های با فرکانس های مناسب (مثلاً در سیستم مذکور حداقل **0.5** هرتز) ، با کاهش **Gain** در مسیر فیدبک ، سرعت افزایش خطای ماندگار را کم کرد و تا حدودی زیاد خطاهای ماندگار خروجی را کم کرد . در مثالی که در طول گزارش کار ارائه شد خطای ماندگار برای فرکانس های ورودی حدود **0.5** تقریباً صفر شد .

POWEREN.IR

PowerEn.ir

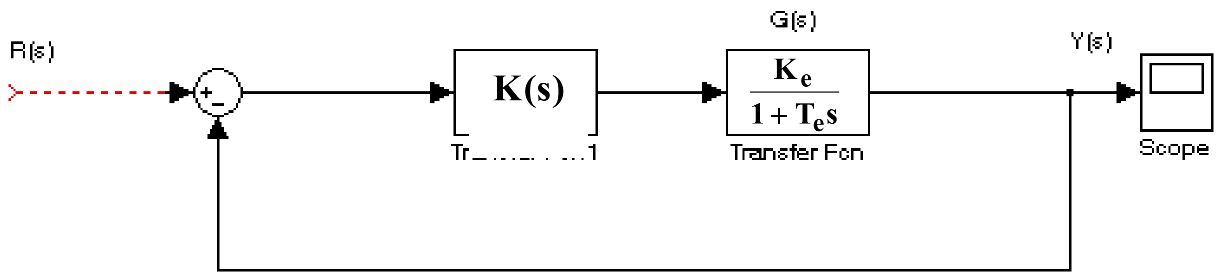
آزمایش ۲

نام آزمایش :

کنترل کننده ها

- کنترل کننده تناسبي : Proportional Controller

الف) $K(s) = k_1$



براي ورودي پله $e_{ss} = \dfrac{A}{1+G(0)} = \dfrac{1}{1+k_1 k_e}$

پس اگر k_1 افزايش يابد خطاي ماندگار كاهش مي يابد .

POWEREN.IR

PowerEn.ir

ـ کنترل کننده انتگرال گير : Compensator Integrator

ب) $K(s)=\dfrac{k_2}{s}$

براي ورودي پله چون تيپ سيستم ۱ مي شود $e_{ss}=0$ خواهد بود .

براي ورودي شيب $e_{ss}=\dfrac{1}{\hat{G}(0)}=\dfrac{1}{k_e k_2}$

پس اگر k_2 نيز افزايش پيدا كند خطاي ماندگار كاهش مي يابد .

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{k_2 k_e}{T_e s^2+s+k_2 k_e}=\frac{k_2\dfrac{k_e}{T_e}}{s^2+\dfrac{1}{T_e}s+\dfrac{k_2 k_e}{T_e}}$$

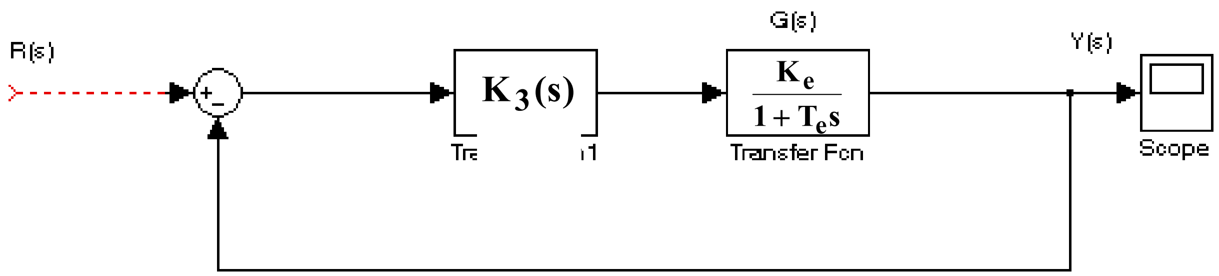
$$\omega_n=\frac{k_2 k_e}{T_e}$$

$$2\xi\omega_n=\frac{1}{T_e}\quad:\quad \text{Const}$$

با افزايش k_2 مقدار ω_n زياد شده و چون $2\xi\omega_n$ ثابت است پس ξ كوچك مي شود و **overshoot** سيستم افزايش مي يابد و سيستم ممكن است به مرز ناپايداري برسد .

كنترل كننده مشتق گير : Derivative Compensator

ج) $k(s)=k_3 S$



POWEREN.IR

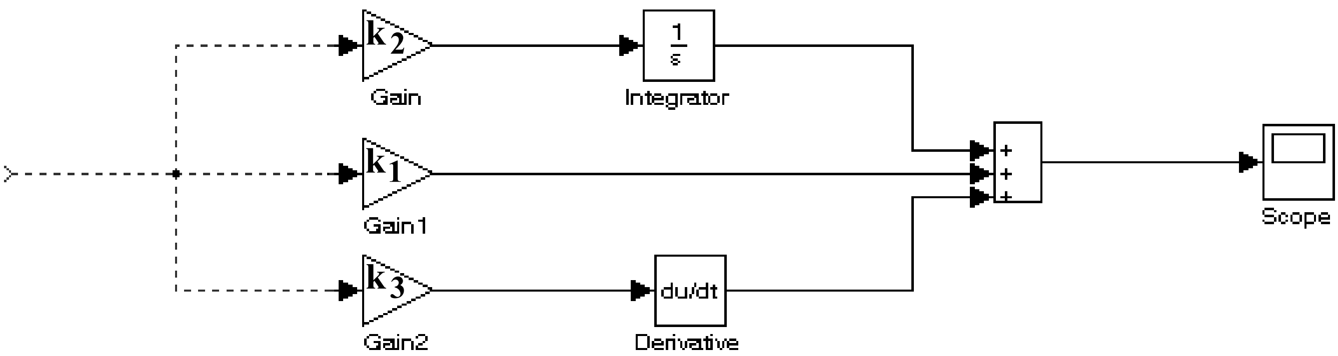
PowerEn.ir

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{k_3k_eS}{k_3k_eS+1+T_eS}=\frac{k_3k_eS}{1+(T_e+k_3k_e)S}$$

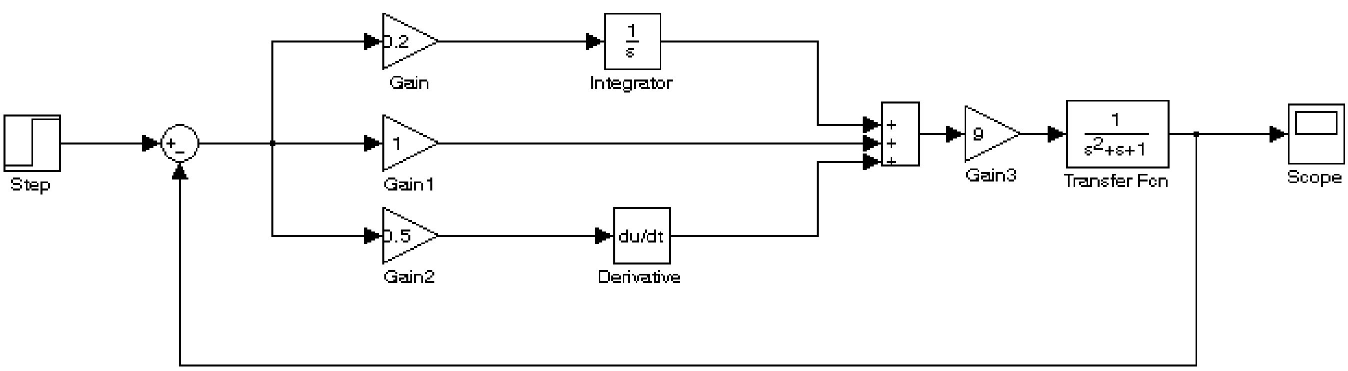
کنترل کننده مشتق گیر سبب افزایش سرعت پاسخ دهي سیستم مي شود .

کنترل کننده ترکیبي PID : **Proportional and integrator and Derivative Compensator**

د) $K(s)=k_1+\frac{k_2}{S}+k_3S$

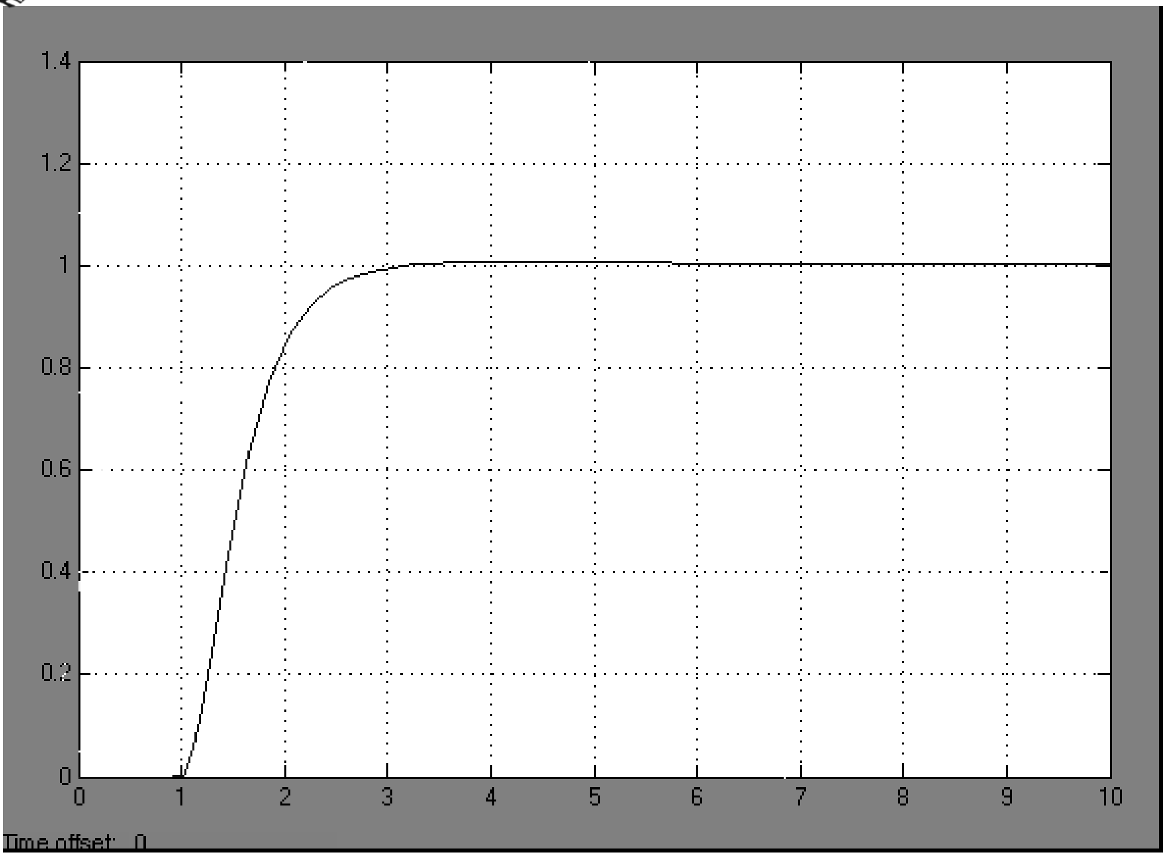


در آزمایشگاه براي کنترل سیستم فرضي $\frac{1}{s^2+s+1}$ از کنترل کنندة PID استفاده کرديم و بهترين پاسخ را براي ورودي پله به دست آورديم :



POWEREN.IR

PowerEn.ir



POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir

آزمايش ۳

نام آزمايش :

كنترل كننده سيستم درجه دوم با استفاده از رله

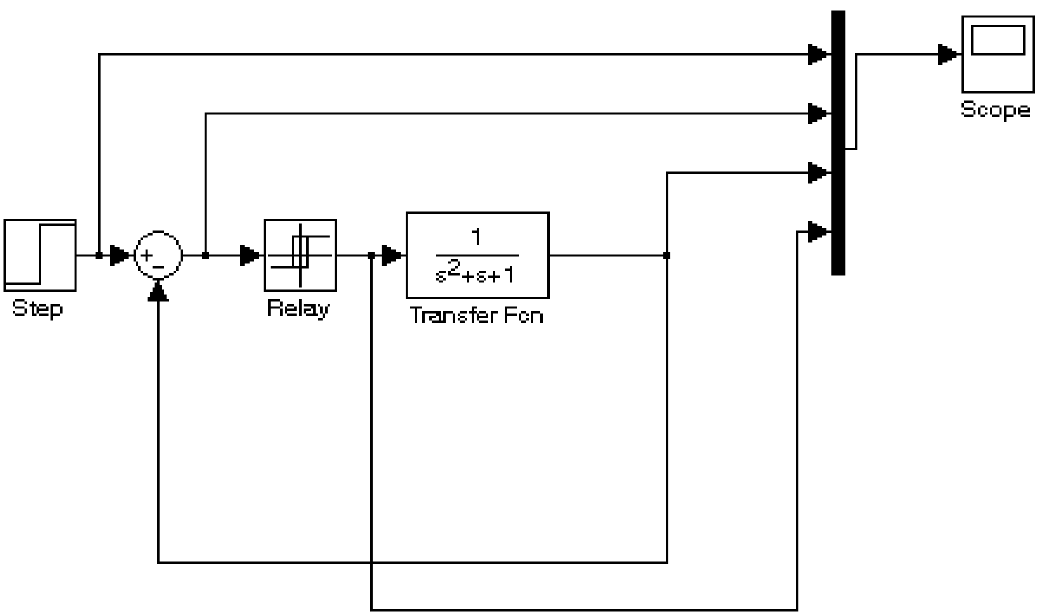
دستيابي به كنترلر ارزان قيمت

- كنترل يك سيستم درجه دوم : استفاده از رله (هيسترزيس) :

اين نوع كنترل كننده در اكثر دستگاه ها به دليل ارزان قيمت بودن به كار مي رود . مثلاً ترموستات يخچال ، كولر ، اتو و ... از اين دسته كنترلر هستند .

در اين آزمايش يك سيستم كه داراي ورودي پله است را كنترل مي كنيم . خود سيستم يك سيستم مرتبه دوم است .

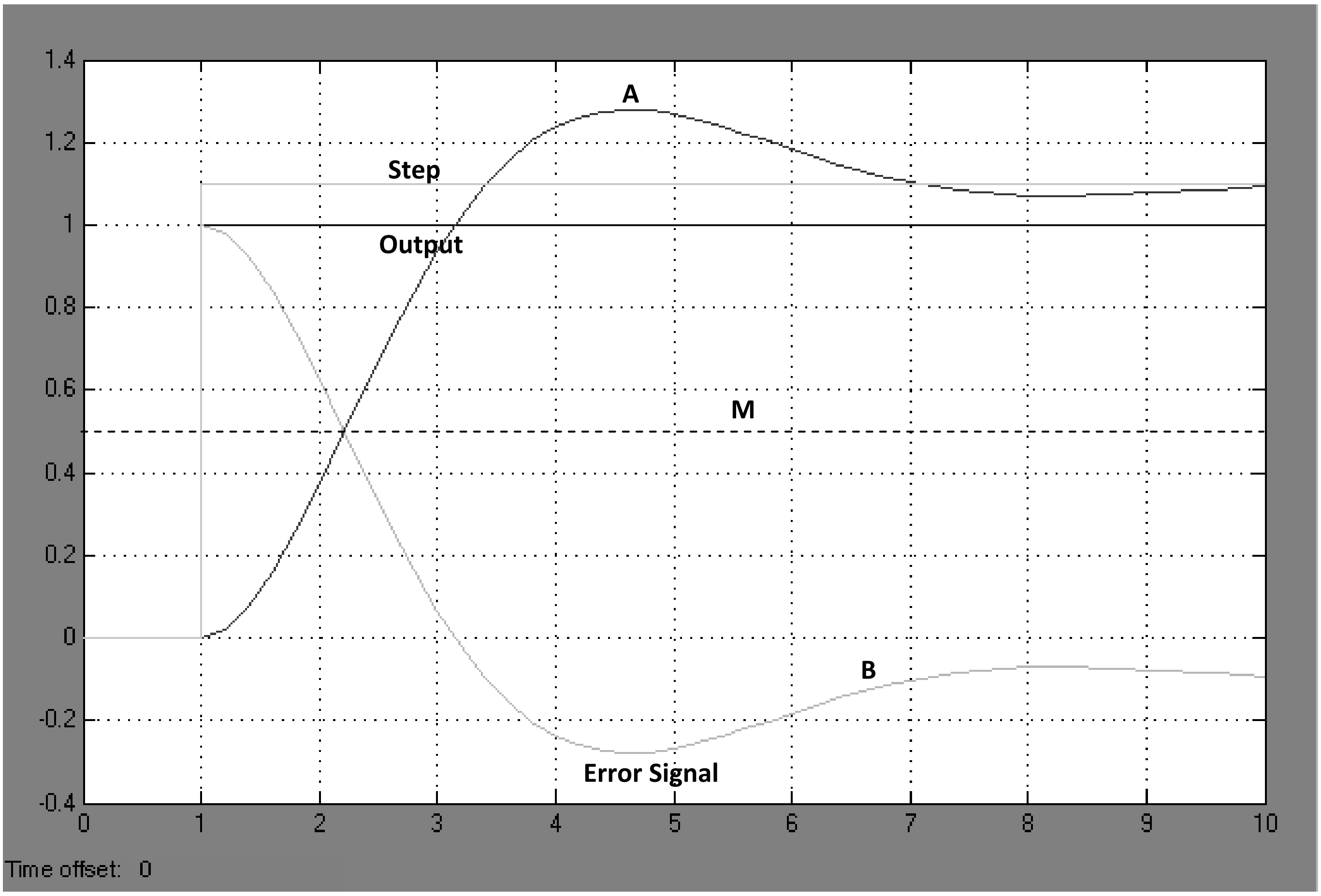
بلوك دياگرام اين آزمايش (كنترل كننده) را در زير مشاهده مي كنيد :



POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir

كنترل كننده اين مدار همانند اشميت تريگر عمل مي كند يعني داراي دو حالت UTP و LTP است . با افزايش بيش از حد ، ورودي را قطع مي كند . در نتيجه خروجي شروع به كاهش مي كند . با كاهش خروجي رله دوباره فعال شده و به تابع عملگر ما ورودي مي دهد و باعث بالار فتن خروجي مي شود كه بالارفتن بيش از حد خروجي موجب قطع شدن رله مي شود و اين عمل تكرار مي شود .



سيگنال هاي B و A نسبت به خط M قرينه اند و در جمع با يكديگر حاصل ثابت خواهند داشت . بايد توجه داشته باشيم كه سيگنال مطلوب ما حالت پايدار است و ورودي دستگاه ما خروجي مطلوب است .

در نهايت خروجي را بين نوار 5% نگه مي داريم كه اين محدوده با تغيير UTP و LTP در اشميت تريگر قابل دستيابي است .

همانطور كه مشاهده مي شود خروجي داراي نوساناتي است كه البته درون نوار ۵% است ولي با توجه به نياز ما به كنترلر بسيار ارزان قيمت از اين خطا به راحتي چشم پوشي مي كنيم .

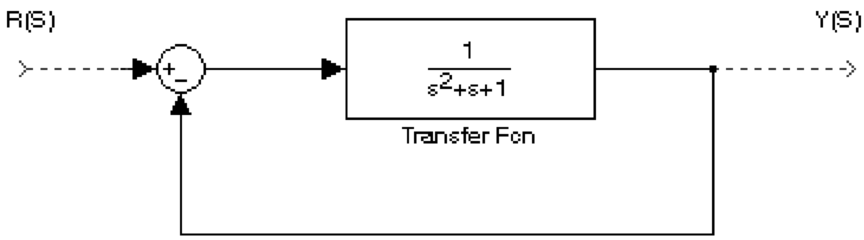
POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir

آزمايش۴

نام آزمايش :

كنترل كننده Zero-Pole و -Lead Lag



مي خواهيم كنترل كننده اي طراحي كنيم كه سيستم كنترلي بالا را به ازاي ورودي پله (Step) كنترل كند :

اگر سيستم را بررسي كنيم به اين نتيجه مي رسيم كه قطب هاي سيستم سمت چپ محور jω قرار دارند و سيستم پايدار مي باشد . ولي براي كنترل بهتر سيستم و همچنين كم كردن overshoot پاسخ خروجي از يك كنترل كننده Zero-Pole استفاده مي كنيم . بسته به مقدار انتخابي براي قطب و صفرهاي كنترلر مي توانيم كنترل كننده Lead يا Lag بسازيم كه هر كدام براي كاربردي خاص مثلاً افزدن فاز به سيستم ، كاهش خطاي ماندگار ، كم كردن overshoot و با افزايش سرعت پاسخ دهي ، استفاده مي شوند .

POWEREN.IR

PowerEn.ir

معادله مشخصه سيستم : $s^2+s+1=0 \quad \Rightarrow \quad s_{1,2}=-0.5\mp j0.87$

قطب سمت چپ و نزديك محور $j\omega$ و سيستم پايدار مي باشد .

كنترل كننده هايي كه استفاده كرديم داراي تابع زير بود :

$$k(s)=\frac{K_s(s+\alpha)}{s(s+\beta)} \qquad \alpha,\beta \succ 0$$

به عبارتي ، يك انتگرال گير ($\frac{1}{s}$) و يك قطب منفي (براي تثبيت پايداري) و يك صفر منفي نيز بـه سيستم اضـافه كرديم .

براي اينكه قطب هاي سيستم از مجاورت محور $j\omega$ دور شوند و پايداري سيستم تثبيت شود قطب ها را خيلـي در انتخاب كرديم .

$\beta=100$

همچنين صفر مورد نظر را نيز كمي قطب مي بريم تا با توجه به مكان هندسي ريشه ها ، چون قطبها به سمت صفر مي روند ، سبب ناپايداري سيستم نشود .

انتگرال گير $\frac{1}{s}$ را در مسير پيش رو براي كاهش خطاي ماندگار و افزايش تيپ سيستم انتخاب كرديم .

با انتخاب مناسب K نيز بهترين ريشه ها را براي پايداري انتخاب كرديم .

$$K(s)=\frac{1.13(s+28.4)}{s(s+100)}$$

مقادير انتخاب شده به صورت زير بودند :

$k=1.13$ بهره كنترلر : 1.13

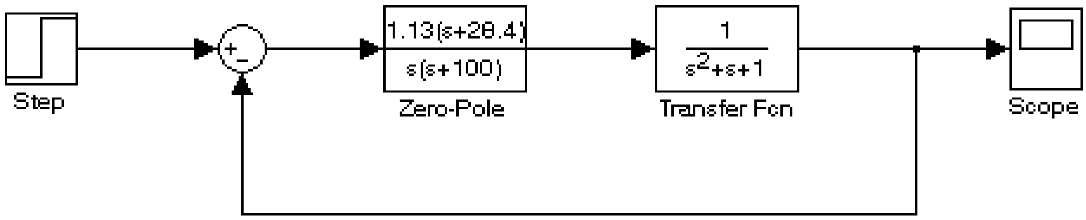
$\alpha=28.4$ صفر سيستم : -28.4

$\beta=100$ قطب سيستم : -100

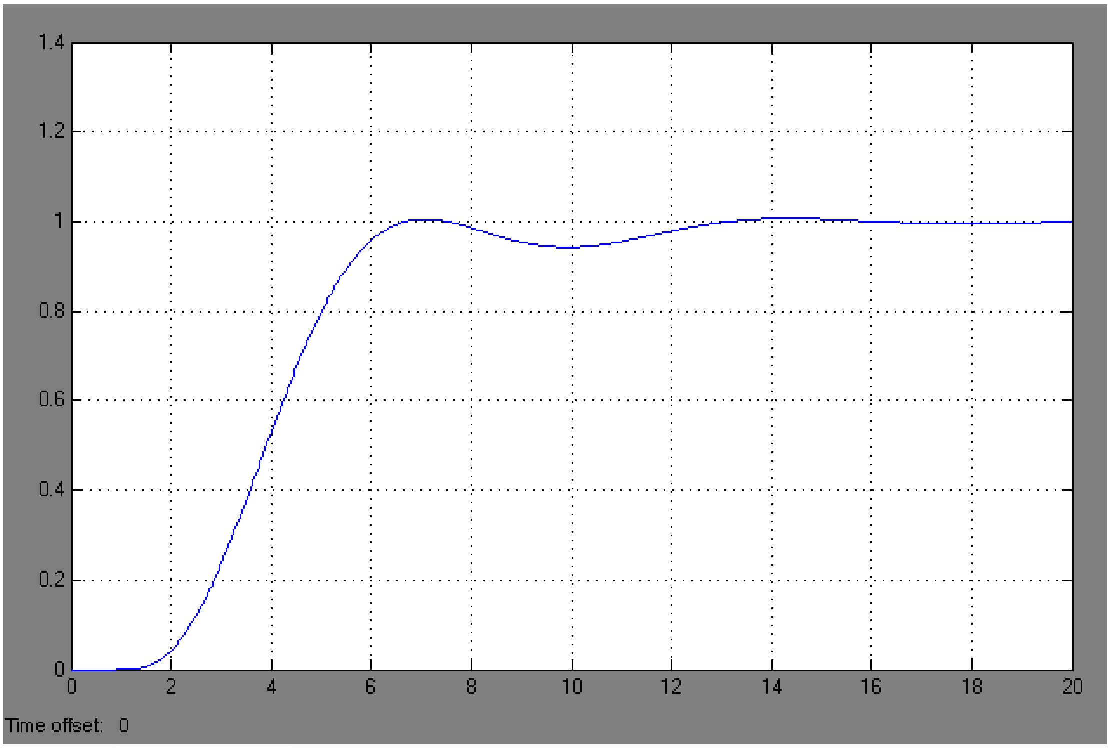
POWEREN.IR

PowerEn.ir

در اثر قرار دادن کنترلر در مسیر پیش رو :



خروجي چاپ شده مدار کنترلي بالا به ازاي ورودي پله به صورت زير بود :



POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir

آزمایش ۵

نام آزمایش :

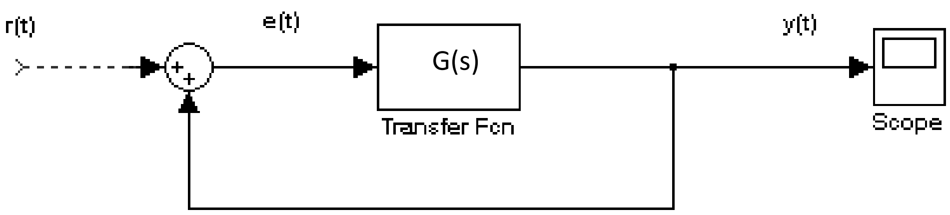
بررسی خطای ماندگار در سیستم های درجه دوم

دف از این آزمایش بدست آوردن خطای ماندگار سیستم به ورودیهای مختلف و کنترل آن می باشد .

در این آزمایش سیسامهای کنترلی مختلغی را با ورودیهای مختلف بررسی می کنیم و خطای ماندگار خروجی را به دست آوردیم . بهتر است ابتدا خطای ماندگار را تعریف می کنیم :

خطای حالت دائمی e_{ss} = error steady state

با توجه به سیستم لوپ بسته زیر تعریف می کنیم :



POWEREN.IR

PowerEn.ir

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$E(s) = \frac{Y(s)}{G(s)}$$
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} \quad \Rightarrow \quad E(s) = \frac{R(s)G(s)}{G(s)[1+G(s)]} = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

پس خواهیم داشت :

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

در صورتیکه در مسیر فیدبک بهره K را داشته باشیم :

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+kG(s)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)}$$

۱- فرض کنیم ورودی **Step** باشد : $\quad r(t) = Au(t) \qquad R(s) = \frac{A}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{s\frac{A}{s}}{1+G(s)} = \frac{A}{1+k_p} \qquad \text{that}: k_p \equiv \lim_{s\to 0} G(s)$$

حال اگر تیپ سیستم لوپ بسته حداقل یک باشد در آنصورت $k_p = \infty$ خواهد شد و در نتیجه $e_{ss} = 0$.

ولی اگر تیپ سیستم صفر باشد در آنصورت :

$$G(s) = \frac{2}{s+3} \quad : \quad k_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{2}{s+3} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه خروجی ورودی را با یک خطای ماندگار یا به عبارتی Offset دنبال خواهد کرد .

POWEREN.IR

POWEREN.IR
Poweren.ir

$$e_{ss} = \frac{A}{1 + \frac{2}{3}}$$

۲- فرض کنیم ورودی **Ramp** باشد : $r(t) = Atu(t)$ $R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s \frac{A}{s^2}}{1 + G(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{A}{s + sG(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{A}{sG(s)} = \frac{A}{k_v}$$

$$\text{that}: \ k_v \equiv \lim_{s \to 0} sG(s)$$

حال اگر تیپ سیستم لوپ بسته حداقل دو (۲) باشد در آنصورت $k_v = \infty$ خواهد شد . در نتیجه $e_{ss} = 0$.

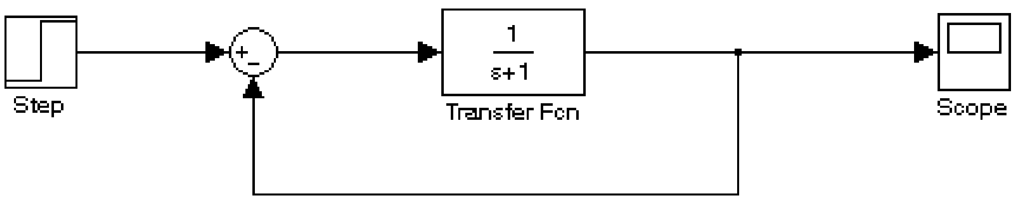
ولی اگر تیپ سیستم یک باشد در آنصورت :

$$G(s) = \frac{2}{s+3} \quad : \quad k_v = \lim_{s \to 0} \frac{s \times 2}{s(s+3)} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \frac{A}{\frac{2}{3}}$$

و خروجی ورودی را با خطای ماندگار دنبال خواهد کرد .

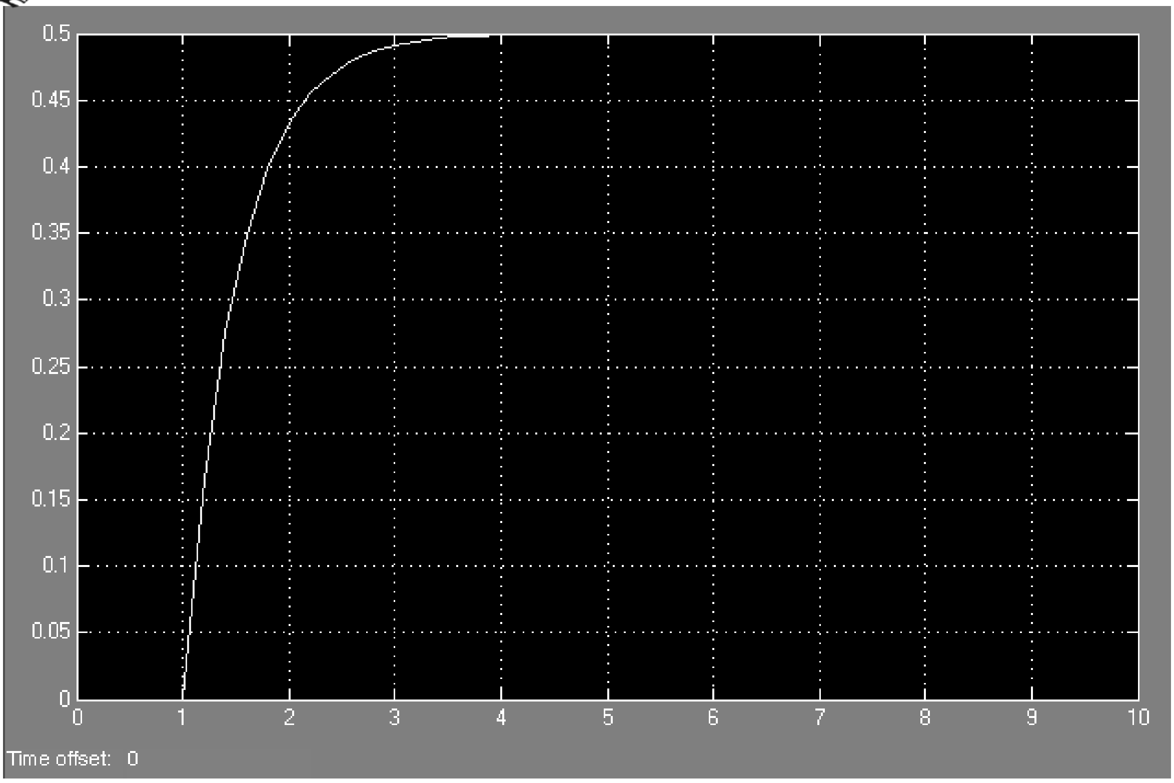
در صورتیکه تیپ سیستم صفر باشد ، $k_v = 0$ و در نتیجه $e_{ss} = \infty$ خواهد شد .

در آزمایشگاه مدارات کنترلی زیر به ترتیب شبیه سازی شد و پاسخهای مختلفی به دست آمد :



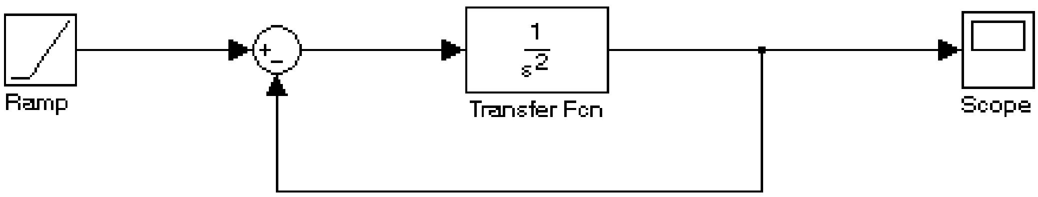
POWEREN.IR

POWEREN.IR
PowerEn.ir



$\frac{1}{s^2}$ تابع انتقال سینوسی است به دلیل اینکه قطبهای مکرر در محور $j\omega$ دارد و می توان گفت سیستم در مرز ناپایداری قرار دارد ، همانطور که در شکل مشخص است خروجی سیستم ورودی را با خطای ماندگار صفر دنبال می کند (بدون خطا) . ولی چون سیستم نوسانی است حول ورودی نوسانات سینوسی دارد .

$$k_p = \infty \Rightarrow \frac{1}{1+k_p} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = 0$$

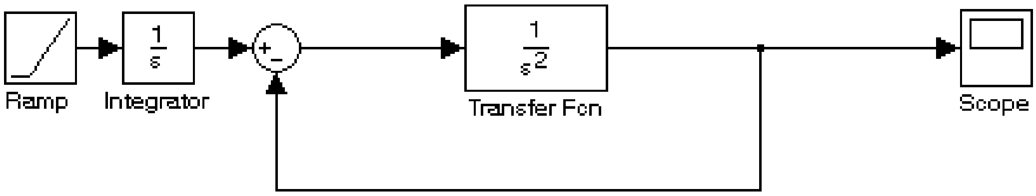


خطای ماندگار سیستم در این حالت مانند یک سینوسی بوده که میانگین آن صفر است و سیستم در مرز ناپایداری و نوسانی است . می توان گفت در این حالت نیز $e_{ss} = 0$ می باشد و خروجی حول ورودی نوسان می کند .

$$k_v = \lim_{s\to 0} \frac{s}{s^2} = \infty \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \frac{1}{\infty} = 0$$

POWEREN.IR

PowerEn.ir



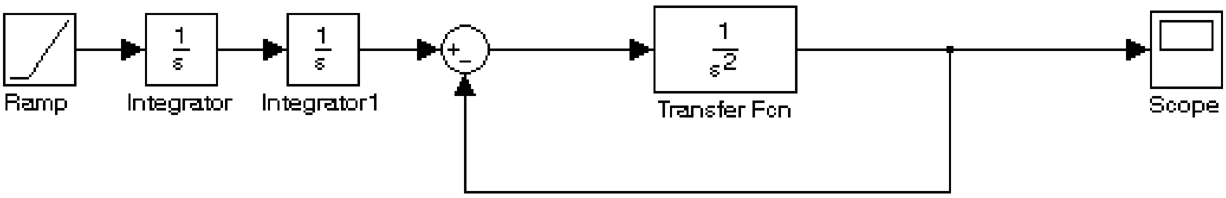
در این حالت خروجی ، ورودی را با یک OffSet یک واحدی دنبال خواهد کرد (به صورت سینوسی) و سیستم در مرز ناپایداری است .

$$k_v = \lim_{s\to 0} \frac{s^2}{s^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \frac{1}{1} = 1$$

در این حالت اگر ورودی یک Gain قرار دهیم ، اثر آن در خطای ماندگار مشاهده خواهد شد :

$$\text{if} \qquad R(s) = \frac{A}{s^3} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = A$$

حال اگر ورودی شود ($\frac{1}{s^4}$) خواهیم داشت :



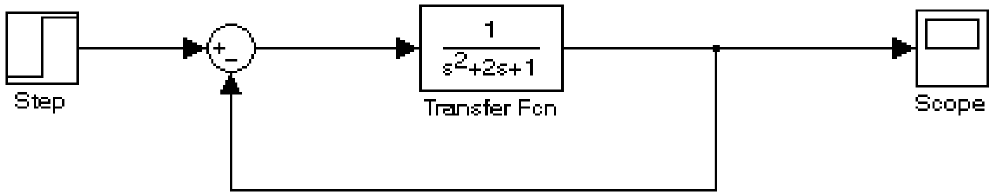
خطای ماندگار بی نهایت خواهد شد و مرتباً در حال افزایش و سیستم در مرز ناپایداری است .

برای رفع خطای بی نهایت می توان انتگرال گیر در مسیر پیشرو قرار داد و برای صفر کردن خطا دو طبقه انتگرال گیر .

پاسخ سیستم های نوسانی را به ورودی های مختلف بررسی کردیم . حال سیستم های پایدار را بررسی می کنیم .

مثلاً سیستم $\dfrac{1}{s^2 + 2s + 1}$:

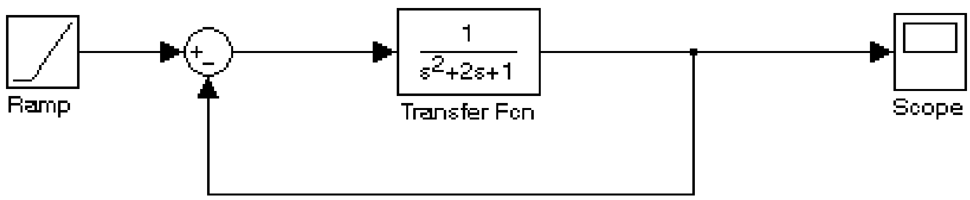
POWEREN.IR



در این سیستم $\omega_n = 1$ و $\zeta = 1$ می باشد . پس سیستم در میرایی بحرانی (Critical Damping) است و هر دو قطب سیستم روی (۱-) می باشند . سیستم پایدار است و با خطای ماندگار $\frac{1}{2}$ ورودی دنبال می شود .

اگر بجای تابع تبدیل بالا ، تابع تبدیل $\frac{1}{s^2+s+1}$ را قرار دهیم ، در آنصورت $\zeta = 0.5$ بوده و سیستم (Under Damp) می باشد و خروجی با نوسانات بسیار کم در حالت گذرا ورودی را دنبال می کند . (البته این سیستم نیز دارای خطای ماندگار $\frac{1}{2}$ می باشد) .

* البته در این حالت پاسخ بهتر می باشد چونکه اگر میانگین خروجی را در حالت گذرا در نظر بگیریم همان ورودی خواهد بود ولی در حالت Critical Damping سرعت پاسخ دهی کمتر بوده و سیستم دیرتر به پاسخ نهایی (حالت دائمی) خواهد رسید .



در این حالت تیپ سیستم صفر بوده و ورودی Ramp می باشد . در نتیجه $k_v = 0$ بوده و $e_{ss} = \infty$ ، و خطای ماندگار مرتباً در حال افزایش .

البته ما با قراردادن Gain در مسیر فیدبک و کم کردن آن تا عدد $k = 0.5$ توانستیم تا حدودی پاسخ سیستم را بهبود دهیم . یعنی سرعت افزایش خطای ماندگار را کم کردیم به طوریکه اگر یک شکل موج مثلثی با فرکانس حداقل **0.25** هرتز به سیستم اعمال کنیم خروجی سیستم ، ورودی را با خطای ماندگار بسیار کم دنبال کند . به عبارتی خطای ماندگار در حال افزایش است ولی چون سرعت افزایش آن بسیار کم است و فرکانس ورودی تقریباً مناسب است اجازه افزایش خطای ماندگار به خروجی داده نمی شود و می توان گفت خروجی با خطای ماندگار ثابت کم ورودی را دنبال کرده است .

POWEREN.IR

PowerEn.ir

نتیجه گیری :

می توان این چنین نتیجه گرفت که برای سیستم های نوسانی و سیستم های کاملاً پایدار می توان به روش زیر و به سرعت خطای ماندگار را به دست آورد :

* قرارداد :

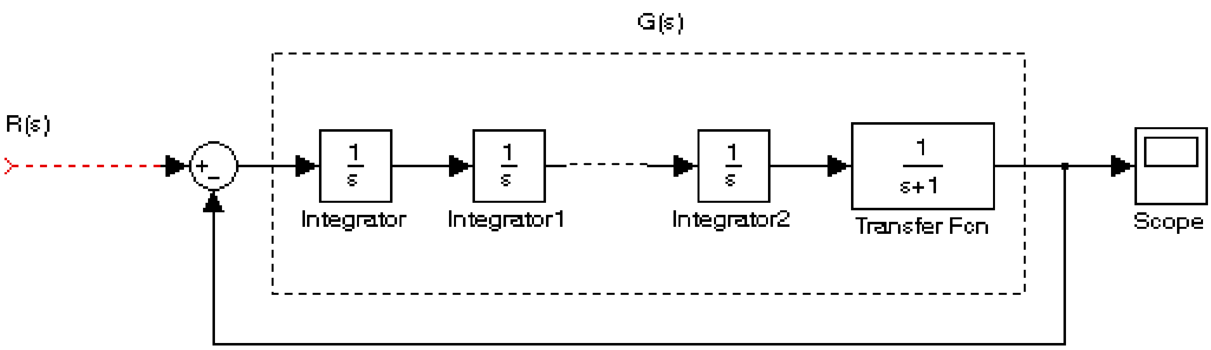
اگر ورودی به صورت $\mathbf{R(s)=\frac{A}{s^j}}$ باشد ، j را تیپ ورودی بنامیم .

- به طور کلی اگر تیپ ورودی سیستم R(s) و تیپ لوپ بسته G(s) برابر باشند (یا به عبارتی به تعداد تیپ ورودی ، در مسیر پیشرو انتگرال گیر داشته باشیم) آنگاه $\mathbf{e_{ss}=0}$ خواهد شد .

- اگر تیپ سیستم لوپ بسته G(s) یکی کمتر از تیپ ورودی باشد ، آنگاه $\mathbf{e_{ss}}$ خواهیم داشت .

- اگر تیپ سیستم ، دو تا بیا بشتر ، از تیپ ورودی کمتر باشد ، آنگاه $\mathbf{e_{ss}=\infty}$ خواهد شد .

محاسبه $\mathbf{e_{ss}}$ وقتی که تیپ سیستم از تیپ ورودی یکی کمتر است :



برای ورودی Step :

POWEREN.IR

POWEREN.IR
Poweren.ir

$$e_{ss} = \frac{A}{1+\hat{G}(0)}$$

برای ورودی Ramp و توانهای بالاتر :

$$e_{ss} = \frac{A}{\hat{G}(0)}$$

A : بهره ی ورودی (Input Gain) .

$\hat{G}(0)$: تابع تابدیل تیپ صفر سیستم به ازای صفر .

* نکته دیگر اینکه در بعضی سیستم ها که خطای ماندگار آن ها رو به افزایش دارد ($e_{ss} = \infty$) می توان با افزودن انتگرال گیر در مسیر پیش رو e_{ss} را حذف کرد . یا اینکه با صرف هزینه کمتر می توان برای ورودی های با فرکانس های مناسب (مثلاً در سیستم مذکور حداقل **0.5** هرتز) ، با کاهش **Gain** در مسیر فیدبک ، سرعت افزایش خطای ماندگار را کم کرد و تا حدودی زیاد خطاهای ماندگار خروجی را کم کرد . در مثالی که در طول گزارش کار ارائه شد خطای ماندگار برای فرکانس های ورودی حدود **0.5** تقریباً صفر شد .

POWEREN.IR

POWEREN.IR